www.a2zsubjects.com

A–2518

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 50*

नोट : प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों को हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Answer any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) प्राथमिक संक्रियाओं का प्रयोग कर निम्नलिखित मैट्रिक्स का प्रतिलोम ज्ञात कीजिये :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Use only elementary operations and find the inverse of matrix given below :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

www.a2zsubjects.com

(ब) निम्नलिखित आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में बदलकर उसकी जाति ज्ञात कीजिये :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Reduce the following matrix A into its normal form and find the rank of matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

(स) निम्नलिखित मैट्रिक्स का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिये एवं सिद्ध कीजिये कि यह कैले-हेमिल्टन प्रमेय को संतुष्ट करता है तथा A^{-1} भी ज्ञात कीजिये :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Find the characteristic equation of the matrix A and prove that the matrix satisfies Cayley-Hamilton theorem and also find A^{-1} :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

इकाई—2

(UNIT—2)

(अ) निम्नलिखित समीकरणों को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

www.a2zsubjects.com

www.a2zsubjects.com

Solve the following equations by matrix method :

$$2x - y + 3z = 9$$
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$

(ब) यदि किसी समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के किन्हीं दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिये कि $p^3 - 4pq + 8r = 0$ ।

If the sum of any two roots is equal to third root of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then prove that $p^3 - 4pq + 8r = 0$.

(स) निम्नलिखित समीकरण के कार्डन विधि से हल कीजिये :

$$x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$$

Solve the equation by Cardon's method :

$$x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0.$$

इकाई—3
(UNIT—3)

3. (अ) यदि I एक अशून्य संख्याओं का समुच्चय है और एक सम्बन्ध R, xRy द्वारा परिभाषित है यदि $x^y = y^x$, जहाँ $x, y \in I$, तब क्या R एक तुल्यता सम्बन्ध है ?

If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by xRy if $x^y = y^x$, where $x, y \in I$. Is the relation R an equivalence relation ?

(ब) समूहों के प्रतिलोम का परिवर्तनीय (विपर्यय) नियम का कथन कीजिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Reversal law of inverses in groups.

(स) सिद्ध कीजिये कि किन्हीं दो प्रसामान्य समूहों का सर्वनिष्ठ भी एक प्रसामान्य समूह होता है।

Prove that the intersection of any two normal subgroups of a group is a normal subgroup.

www.a2zsubjects.com

www.a2zsubjects.com
A–2518

इकाई—4
(UNIT—4)

4. (अ) सिद्ध कीजिये कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह समाकारी (आइसोमॉर्फिक) होते हैं।

Prove that the two cyclic groups of equal orders are isomorphic.

(ब) दर्शाइये कि किसी वलय $(R, +, .)$ का उपसमुच्चय एक उपवलय होता है, यदि और केवल यदि :

(i) $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S, \quad \forall a, b \in S$

(ii) $a \in S, b \in S \Rightarrow a.b \in S, \quad \forall a, b \in S$

Show that a subset S of the ring $(R, +, .)$ is a subring iff :

(i) $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S, \quad \forall a, b \in S$

(ii) $a \in S, b \in S \Rightarrow a.b \in S, \quad \forall a, b \in S$

(स) सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णांकीय प्राप्त होता है।

Prove that every field is an integral domain.

इकाई—5
(UNIT—5)

5. (अ) यदि n कोई धनात्मक संख्या हो, तो सिद्ध कीजिये :

If n is any positive integer, then prove that :

$$(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\frac{n\pi}{4}$$

(ब) हल कीजिये :

Solve :

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

(स) सिद्ध कीजिये :

Prove that :

$$64 \cos^7 \theta = \cos 7\theta + 7 \cos 5\theta + 21 \cos 3\theta + 35 \cos \theta$$

www.a2zsubjects.com