

A-2519 www.a2zsubjects.com

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के कोई दो भाग हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1.

(UNIT—1)

1. (अ) ϵ - δ की विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिये कि :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 8} = 3$$

By using ϵ - δ method, prove that :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 8} = 3$$

- (ब) यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

तथा $x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$ ।

P. T. O

www.a2zsubjects.com

! If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, then prove that :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

$$\text{and } x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0.$$

- (स) मैक्लॉरिन प्रयोग से x की आरोही घातों में $\log\{1 - \log(1-x)\}$ का x^3 के पद तक प्रसार कीजिये एवं x के स्थान पर $\frac{x}{1+x}$ रखकर x^3 के पद तक $\log\{1 + \log(1+x)\}$ के प्रसार का निगमन कीजिये।

Expand $\log\{1 - \log(1-x)\}$ in powers of x by Maclaurin's theorem as far as the term x^3 and by substituting $\frac{x}{1+x}$ for x deduce the expansion of

$\log\{1 + \log(1+x)\}$ as far as the term in x^3 .

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Find all the asymptotes of the curve :

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0.$$

- (ब) यदि वक्र $y = a e^{x/a}$ के किसी बिन्दु पर अक्षों के समान्तर वक्रता जीवाओं की लम्बाई क्रमशः C_x और C_y हो, तो दर्शाइये कि :

$$\frac{1}{C_x^2} + \frac{1}{C_y^2} = \frac{1}{2a C_x}$$

If C_x and C_y be the chords of curvature parallel to the axes at any point of the curve $y = a e^{x/a}$, show that :

$$\frac{1}{C_x^2} + \frac{1}{C_y^2} = \frac{1}{2a C_x}$$

www.a2zsubjects.com

(स) वक्र $y^3 = a^3x - x^3$ का अनुवेषण कीजिये।

Trace the curve $y^3 = a^3x - x^3$.

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$.

(ब) वक्र $x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$ के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

Find the area of the loop of the curve :

$$x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2).$$

(स) दर्शाइये कि वक्र $(a-x)y^2 = a^2x$ को उसके अनन्तस्पर्शी के परितः परिक्रमण कराने से जनित ठोस का आयतन $\frac{1}{2}\pi^2a^3$ है।

Show that the volume of the solid generated by the revolution of the curve $(a-x)y^2 = a^2x$ about its asymptote is $\frac{1}{2}\pi^2a^3$.

इकाई-4

(UNIT-4)

(अ) निम्नलिखित को हल कीजिये :

$$\cos x dy = y(\sin x - y) dx$$

Solve the following :

$$\cos x dy = y(\sin x - y) dx$$

(ब) वक्र कुल $3xy = x^3 - a^3$ के लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिये, a कुल का प्राचल है।

Find the orthogonal trajectories of the family of curves

$$3xy = x^3 - a^3, a \text{ being parameter of the family.}$$

(स) निम्नलिखित को हल कीजिये :

$$(D^4 + 2D^2 + 1)y = x^2 \cos x.$$

Solve the following :

$$(D^4 + 2D^2 + 1)y = x^2 \cos x.$$

इकाई-5

(UNIT-5)

5. (अ) निम्नलिखित को हल कीजिये :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0.$$

Solve the following :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0.$$

(ब) प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिये :

$$(D^2 - 2D + 1)y = \frac{e^x}{2x}.$$

Solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 - 2D + 1)y = \frac{e^x}{2x}.$$

(स) निम्नलिखित को हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}.$$

Solve the following :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}.$$