

B-2519

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2018

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ)  $\epsilon-\delta$  की विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

By using  $\epsilon-\delta$  method, prove that :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

(ब) फलन  $f(x) = \frac{\log(1+ax) - \log(1-bx)}{x}$  बिन्दु  $x = 0$

परिभाषित नहीं है।  $f(0)$  का मान ज्ञात कीजिए ताकि  $x = 0$  पर  $f(x)$  सतत हो।

[ 2 ]

B-2519

The function  $f(x) = \frac{\log(1+ax) - \log(1-bx)}{x}$  is not defined at  $x = 0$ . What value should be assigned to  $f(x)$  at  $x = 0$ , so that it becomes continuous at  $x = 0$ ?

(ग) निम्नलिखित फलन के लिए व्यापक पर सहित मैक्लॉरिन प्रमेय का प्रसार कीजिए

$$f(x) = \log[x + \sqrt{1+x^2}]$$

Find the general term in the expansion of the following function  $f(x) = \log[x + \sqrt{1+x^2}]$  by the Maclaurin's theorem.

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) निम्नलिखित वक्र की सभी अनन्तशिखों ज्ञात कीजिए :

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

Find all the asymptotes of the following curve :

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के लिए  $p = \frac{a^2b^2}{r^3}$ ,

जहाँ  $p$  केंद्र  $(0, 0)$  से बिन्दु  $(x, y)$  पर स्पर्श रेखा पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है।

[3]

B-2510

Prove that for the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $p = \frac{a^2 b^2}{r^3}$ ,  $p$

being the length of the perpendicular from the centre (0, 0) upon the tangent at the point (x, y).

- (स) अन्तरालों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्नलिखित वक्र उपरिगुली या अधोगुली अवतल है :

$$y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$$

Find the intervals for which the following curve are concave upwards or downwards :

$$y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{(\sin x + \sin 2x)} dx$$

Find the value of :

$$\int \frac{1}{(\sin x + \sin 2x)} dx$$

- (य) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

[4]

B-2510

- (स) परवलयों  $y^2 = 4ax$  और  $x^2 = 4ay$  के बीच उभयनिष्ठ क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

Find the common area enclosed by the parabolas  $y^2 = 4ax$  and  $x^2 = 4ay$ .

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$x^2 dy + y(x+y) dx = 0$$

Solve :

$$x^2 dy + y(x+y) dx = 0$$

- (ब) सनाभि एवं समाक्ष परवलय कुल  $r = \frac{2a}{1 + \cos \theta}$  का लम्बकोणीय संघेदी ज्ञात कीजिए,  $a$  कुल का प्राचल है।

Find the equation of the system of orthogonal trajectories of a system of confocal and coaxial parabolas  $r = \frac{2a}{1 + \cos \theta}$ ,  $a$  is parameter of system.

- (स) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) स्वतंत्र चर को परिवर्तित करके निम्नांकित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

[5]

B-2519

Solve the following differential equation by changing the independent variable :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

(द) प्रामल विचरण की विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

(स) निम्नलिखित को हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + x = y + e^t$$

$$\frac{dy}{dt} + y = x + e^t$$

Solve the following :-

$$\frac{dx}{dt} + x = y + e^t$$

$$\frac{dy}{dt} + y = x + e^t$$

http://www.a2zsubjects.com

4800

B-2519

http://www.a2zsubjects.com